

```

1 | def eigen_jacobi_step(a,eps):
2 |     t = a.copy()
3 |     ## Look up the maximal element
4 |     maxim = 0; lig = 0; col = 0;
5 |     for i in np.arange(1,n):
6 |         for j in np.arange(0,i):
7 |             if (np.abs(a[i,j])>maxim):
8 |                 lig = i; col = j;
9 |                 maxim = np.abs(a[i,j]);
10 |
11    if (maxim>eps): ## Apply the rotation
12        cotang = (a[col,col]-a[lig,lig])/(2*a[lig,col]);
13        if (cotang > 0):
14            tang = -cotang+np.sqrt(cotang*cotang+1);
15        else:
16            tang = -cotang-np.sqrt(cotang*cotang+1);
17        cosi = 1/np.sqrt(1+tang*tang);
18        sinu = tang*cosi;
19        for i in np.arange(0,n): ## Transform the matrix
20            if (i!=lig) & (i!=col):
21                t[lig,i] = cosi * a[lig,i] - sinu * a[col,i];
22                t[i,lig] = t[lig,i];
23                t[col,i] = sinu * a[lig,i] + cosi * a[col,i];
24                t[i,col] = t[col,i];
25                t[lig,lig] = a[lig,lig] - tang * a[lig,col];
26                t[col,col] = a[col,col] + tang * a[lig,col];
27                t[lig,col] = 0;
28                t[col,lig] = 0;
29        return(t,False)
30    else:
31        return(t,True)
32
33 def eigen_jacobi(a,maxsteps,eps):
34     n = a.shape[0];
35     d = a.copy();
36     stp = 0; b = False;
37
38     while (stp < maxsteps) and (not(b)) and
39         (np.linalg.norm(d - np.diag(np.diag(d))) > eps):
40         (d,b) = eigen_jacobi_step(d, eps)
41         stp = stp+1
42
43 return(d,stp)

```

Algorithme 3.1: Méthode de Jacobi (a est une matrice carrée de dimension $n \times n$, $maxsteps$ est une borne sur le nombre de pas de calculs réalisés, et eps est une borne maximale sur les éléments extra-diagonaux permettant d'arrêter le calcul prématurément.)

```
1 | def eigen_tridiag(a):
2 |     n = a.shape[0];
3 |     t = a.copy()
4 |
5 |     for i in np.arange(0,n-2):
6 |         # Computation of the new vector
7 |         sub = t[i+1:n,i+1:n];
8 |         vec = t[i+1:n,i];
9 |         nor = np.linalg.norm(vec,2);
10 |        nvc = np.zeros([n-i-1,1]);
11 |        nvc[0] = nor;
12 |        # Create Householder matrix
13 |        if (np.abs(vec[0])<>nor):
14 |            hou = qr.QR_from_vectors(vec, nvc);
15 |            t[i+1:n,i] = nvc;
16 |            t[i,i+1:n] = nvc.T;
17 |            # Optimisation
18 |            p = sub*hou;
19 |            c = (hou.T*p)[0,0];
20 |            for j in np.arange(i+1,n):
21 |                for k in np.arange(i+1,n):
22 |                    t[j,k] = t[j,k] \
23 |                            - 2*p[j-i-1,0]*hou[k-i-1,0] \
24 |                            - 2*p[k-i-1,0]*hou[j-i-1,0] \
25 |                            + 4*c*hou[k-i-1,0]*hou[j-i-1,0];
26 |
return t
```

Algorithme 3.2: Méthode de Householder pour obtenir une matrice tridiagonale (a est une matrice carrée de dimension $n \times n$.)

```

1 | def givens_sign(t,x):
2 |     n = t.shape[0]
3 |     p0 = 1;
4 |     p1 = t[0,0] - x;
5 |     c = 1 if (p1<0) else 0;
6 |
7 |     for i in np.arange(1,n):
8 |         p2 = p1 * (t[i,i] - x) - (t[i,i-1])**2 * p0
9 |         if (p1*p2<0):
10 |             c = c+1;
11 |             p0 = p1;
12 |             p1 = p2;
13 |     return c
14 |
15 def givens_nth_eig(t,k,eps, Nmax):
16     a = -1.; b = 1.; cpt = 0;
17 |
18     while ((givens_sign(t,a))>=k):
19         a = a * 2;
20     while ((givens_sign(t,b))<k):
21         b = b * 2;
22     while ((b-a>eps) and (cpt < Nmax)):
23         cpt = cpt + 1
24         c = (a+b)/2;
25         if ((givens_sign(t,c))>=k):
26             b = c;
27         else:
28             a = c;
29     return c

```

Algorithme 3.3: Méthode de localisation de Givens (t est une matrice carrée tridiagonale de dimension $n \times n$, k est le numéro de la valeur propre recherchée, et eps la précision de la recherche. La fonction auxiliaire `givens_sign` calcule le nombre de changements de signe dans la suite de polynômes.)

```

1 | def eigen_qr(a,step):
2 |
3 |     t = a.copy();
4 |     for i in np.arange(1,step):
5 |         q,r = np.linalg.qr(t);
6 |         t = r*q;
7 |
8 |     return t

```

Algorithme 3.4: Méthode QR – VERSION RAPIDE!!! (t est une matrice carrée de dimension $n \times n$, $step$ est le nombre d'étapes demandé dans la méthode QR.)